

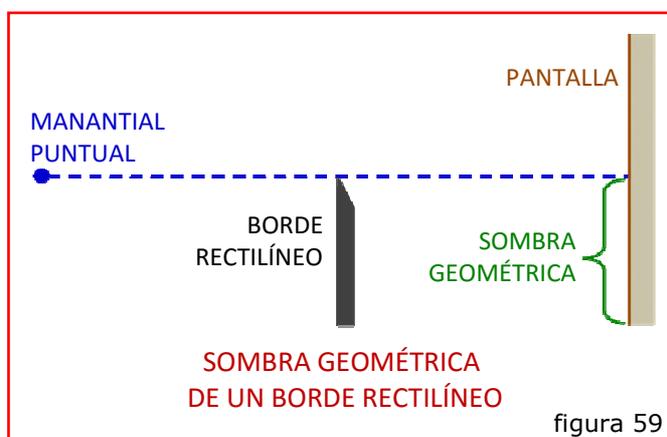
II.3 Difracción

◆ Introducción:

Todos estamos habituados a la idea de que el sonido dobla las esquinas. Si así no fuese no podríamos oír una sirena policial que suena a la vuelta de la esquina o lo que nos dice una persona que está de espaldas a nosotros. Lo que quizás resulte sorprendente es que la luz también puede doblar las esquinas. Cuando la luz proveniente de una fuente puntual ilumina un borde recto y proyecta una sombra, el borde de la sombra nunca es perfectamente nítido. Se observa un poco de luz en el área que corresponde a la sombra y franjas brillantes y oscuras en el área iluminada. La razón de estos efectos es que la luz, como el sonido, tiene características de onda.

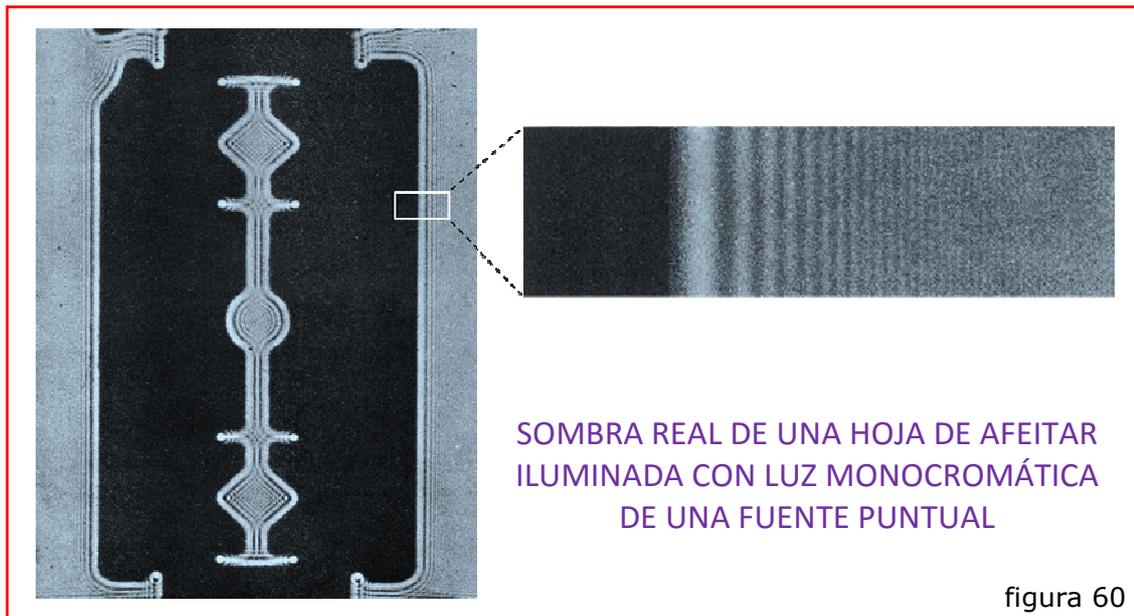
Hasta ahora hemos estudiado los efectos de *interferencia* que surgen cuando se combinan *dos ondas luminosas*. Ahora investigaremos los efectos que resultan de la combinación de *muchas ondas luminosas*. Estos efectos se conocen como *difracción*.

De acuerdo con la *óptica geométrica*, si se coloca un objeto opaco entre un manantial luminoso puntual y una pantalla, como indica la *figura 59*, la sombra del objeto forma una línea perfectamente definida. No llegará nada de luz a la pantalla en los puntos situados dentro de la sombra geométrica, mientras que fuera de la sombra la pantalla estará iluminada casi uniformemente.



En la *figura 60* se presenta un ejemplo de difracción. La fotografía que se muestra ha sido obtenida colocando una hoja de afeitar entre un *orificio muy pequeño*, iluminado con *luz monocromática*, y una *película fotográfica*, de tal modo que la película registró la *sombra*

arrojada por la hoja. La figura de la derecha es una ampliación de una región



próxima a la sombra de un borde de la hoja. El área que está afuera de la sombra geométrica está bordeada de bandas brillantes y oscuras alternativamente. Una pequeña cantidad de luz ha dado vuelta al borde y ha penetrado dentro de la sombra geométrica, aunque esto no es muy visible en la fotografía. La primera banda brillante inmediatamente afuera de la sombra geométrica, es considerablemente más brillante que en la región de iluminación uniforme de la extrema derecha.

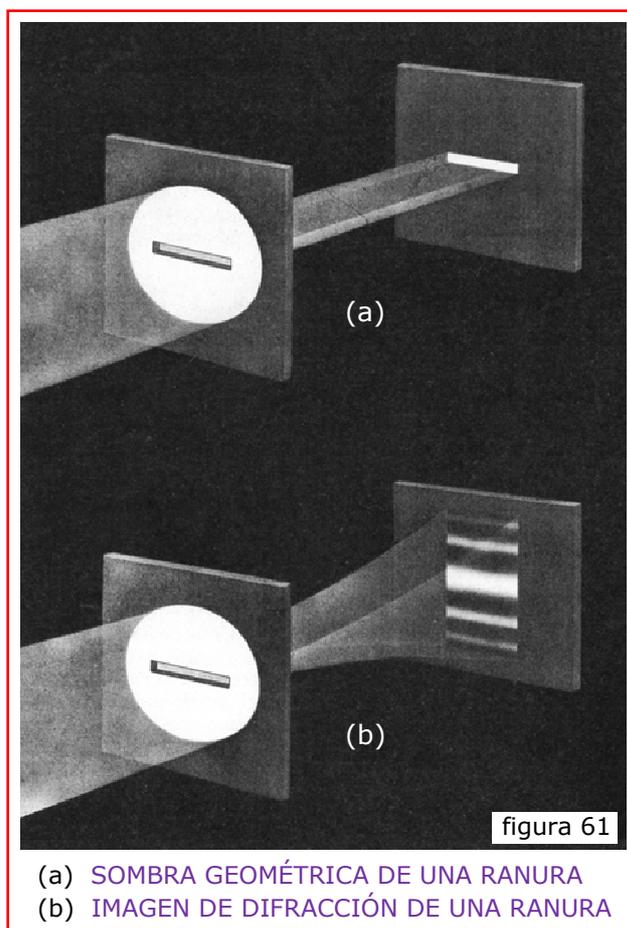
Este sencillo experimento nos da una idea de la riqueza y complejidad de lo que se considera frecuentemente como el fenómeno óptico más elemental: la sombra arrojada por un objeto opaco.

La razón de que este fenómeno no se observe frecuentemente en la vida diaria, es simplemente debido a que la mayor parte de las fuentes ordinarias de luz no son monocromáticas ni tampoco fuentes puntuales. Si la sombra de la hoja de afeitar es producida por una lámpara incandescente blanca esmerilada, la luz procedente de cada punto de la superficie de la lámpara forma su propia figura de difracción, pero éstas se superponen de tal modo que no puede observarse ninguna figura aisladamente.

El proceso por el cual se producen los efectos de difracción tiene lugar continuamente en la propagación de cada frente de onda, pero tales efectos sólo pueden observarse si se suprime una parte de este frente mediante algún obstáculo.

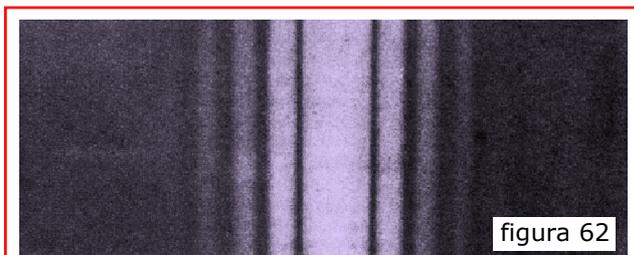
Los hechos principales observados en los fenómenos de difracción pueden predecirse con ayuda del *principio de Huygens*, de acuerdo con el cual cada punto de un frente de onda puede considerarse como origen de una onda secundaria que se propaga en todas direcciones. Sin embargo, en lugar de encontrar el nuevo frente de onda por el simple proceso de construir la envolvente de todas las ondas secundarias, tenemos que *componer estas ondas secundarias* de acuerdo con los *principios de interferencia*. Esto es, en cada punto hemos de *componer las elongaciones* que se producirían a causa de las ondas secundarias, teniendo en cuenta sus *amplitudes y fases relativas*. *En consecuencia, la difracción se trata en esencia de un problema de interferencias, pero en lugar de manejar dos trenes de onda, hemos de operar con un número infinito de trenes de onda infinitesimales.*

◆ Difracción de Fraunhofer por una sola Rendija:



En la *figura 61*, un haz de *luz paralela* (*ondas planas*) *monocromática* incide procedente de la izquierda sobre una lámina opaca que tiene una *estrecha rendija horizontal*. Según los principios de la óptica geométrica, el haz transmitido tendría la misma sección transversal que la rendija, y además, una pantalla colocada en su trayectoria sería iluminada uniformemente en un área del mismo tamaño y forma que la rendija (*figura 61a*). En realidad, lo que *se observa* sobre la pantalla es la *imagen de difracción* representada en la *figura 61b*. El haz se *extiende verticalmente* después de pasar por la rendija y la figura de

difracción se compone de una banda central brillante, que puede tener un ancho mucho mayor que el de la rendija, rodeada de bandas alternativamente oscuras y brillantes de intensidad decreciente. Alrededor del 85 % de la potencia del haz transmitido se encuentra en la banda central brillante, cuya anchura resulta ser inversamente proporcional al ancho de la rendija. En general, cuanto menos ancha



FOTOGRAFÍA DE LA IMAGEN DE
DIFRACCIÓN DE UNA SOLA RANURA

es la rendija, más amplio es el ensanchamiento vertical del haz.

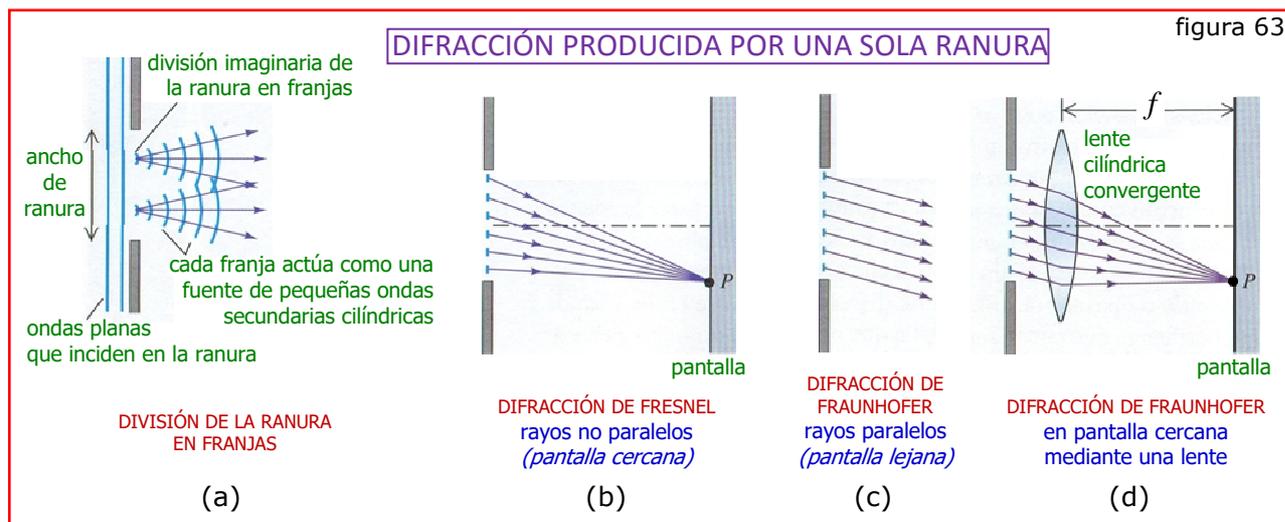
Existe también una pequeña dispersión transversal del haz, pero es insignificante frente a la dimensión horizontal de la rendija. La anchura de la rendija de la [figura 61](#) se ha exagerado mucho

para mayor claridad. Para obtener una dispersión vertical como la representada en la figura, el ancho de la rendija tendría que ser del orden de 5 longitudes de onda.

La [figura 62](#) es una ampliación de una fotografía obtenida colocando la película fotográfica en el plano de la pantalla en una posición como la de la [figura 61](#).

En la [figura 63](#) se representa un corte transversal de una rendija sobre la cual inciden ondas planas desde la izquierda. De acuerdo con el principio de Huygens, cada elemento de área de la abertura de la rendija puede ser considerado como una fuentes de ondas secundarias. Dividiendo la rendija en varias franjas estrechas de igual anchura, paralelas a los bordes longitudinales de la misma, obtendremos pequeños elementos de área. En la [figura 63a](#) se muestran dos de estas franjas, a partir de las cuales se propagan pequeñas ondas secundarias cilíndricas en todas direcciones.

En la [figura 63b](#) se ha colocado una pantalla a la derecha de la rendija. Podemos calcular la intensidad de la luz que llega a un punto P de la pantalla, aplicando el principio de superposición a todas las ondas secundarias que llegan al mismo. Pero siendo las distancias y los ángulos variables, las amplitudes y fases de las ondas serán distintas. El problema se simplifica considerablemente si la pantalla está lo suficientemente alejada como para que todos los rayos que parten de la rendija a un punto de la pantalla, puedan considerarse paralelos como se indica en la [figura 63c](#). El primer caso (pantalla

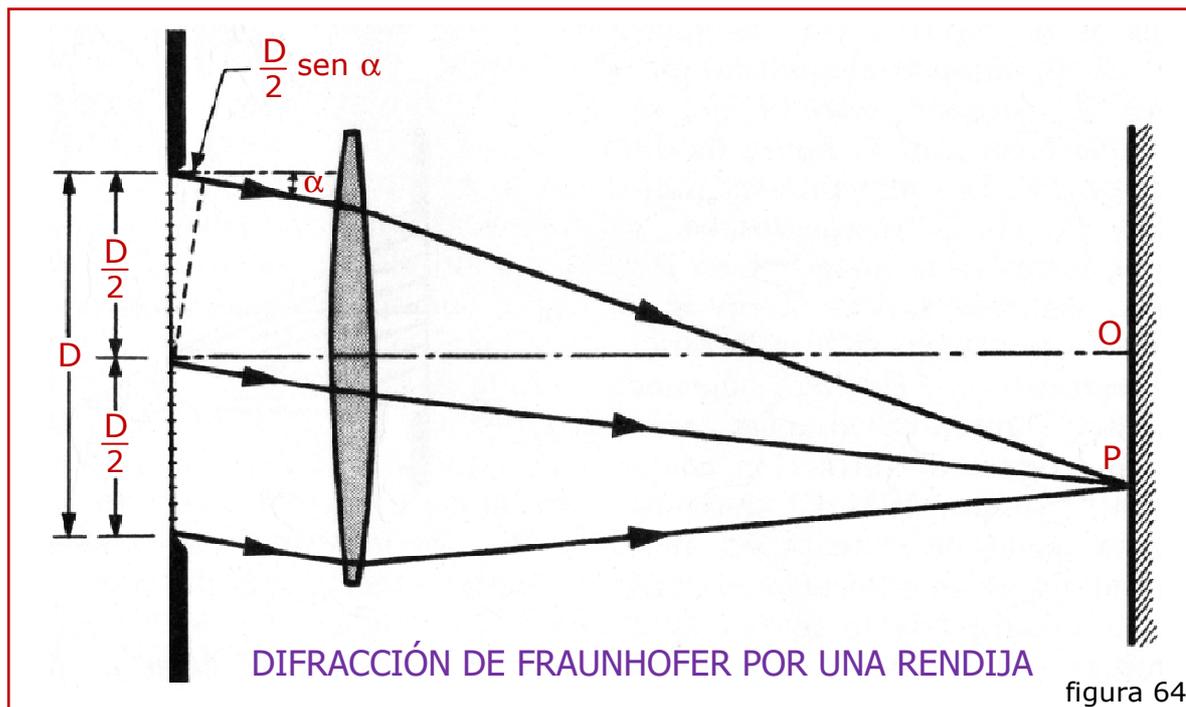


cercana), se denomina difracción de Fresnel. El segundo caso (*pantalla lejana*), se denomina difracción de Fraunhofer. No existe diferencia en la naturaleza del proceso de difracción de ambos casos, la difracción de Fresnel se convierte gradualmente en la difracción de Fraunhofer cuando la pantalla se aleja de la rendija (que es lo mismo que disminuir el ancho de la rendija).

Una situación equivalente a la difracción de Fraunhofer es la que se representa en la *figura 63d*, donde los rayos que inciden en la lente son paralelos, y por lo tanto, la lente forma en su plano focal una imagen reducida de la figura que se formaría sobre una pantalla infinitamente distante (en ausencia de la lente). La fotografía de la *figura 62* es una imagen de difracción de Fraunhofer.

Podemos deducir muy fácilmente algunas de las características más importantes de la difracción de Fraunhofer por una rendija. Consideremos, en el frente de onda que pasa por la rendija, dos franjas extremadamente estrechas (*infinitesimales*): una justamente por debajo del borde superior de la rendija y la otra exactamente por debajo de su línea central (*figura 64*). Supongamos que las ondas secundarias procedentes de estas franjas se propagan en una dirección que forma un ángulo α con la dirección de la luz incidente. Los dos trenes de onda parten en fase desde el plano del frente de onda, pero el superior ha de recorrer una distancia mayor que el inferior antes de alcanzar la pantalla. Esta distancia adicional es $(D/2) \sin \alpha$, donde D es el ancho de la rendija.

Para aquellos puntos de la pantalla que se encuentran sobre una recta horizon-



tal que pasa por O , frente al centro de la rendija, el ángulo α y la *diferencia de recorridos* son *nulos*. Las ondas secundarias procedentes de *todas las franjas*, alcanzan todos los puntos de esta línea *en concordancia de fase*; en consecuencia, sus amplitudes se suman y *el centro de la figura de difracción es brillante*.

Cuando consideramos puntos que se van alejando del centro, el ángulo α aumenta y *la diferencia de recorridos crece* también. Cuando esta diferencia se hace igual a $\frac{1}{2}$ longitud de onda, las ondas procedentes de las dos franjas de la *figura 64* alcanzan la pantalla *en oposición de fase* y se produce una *interferencia con anulación*.

La diferencia de recorridos entre las ondas procedentes de las dos franjas situadas inmediatamente debajo de las dos de la *figura 64*, es también de $\frac{1}{2}$ longitud de onda, de modo que estas dos ondas secundarias se anulan a su vez mutuamente.

Continuando de este modo, vemos que la luz procedente de cada franja situada en la *mitad superior de la rendija*, es anulada por la luz procedente de la franja correspondiente de la *mitad inferior*. Por consiguiente, no llega nada de luz a la pantalla *a lo largo de una recta* cuya dirección se encuentra un

cierto ángulo por encima o por debajo de la dirección inicial de la luz, formándose así una *banda oscura*. Esto ocurre siempre que:

$$\frac{D}{2} \operatorname{sen} \alpha = \pm \frac{\lambda}{2} \quad \text{o sea} \Rightarrow \quad \operatorname{sen} \alpha = \pm \frac{\lambda}{D}$$

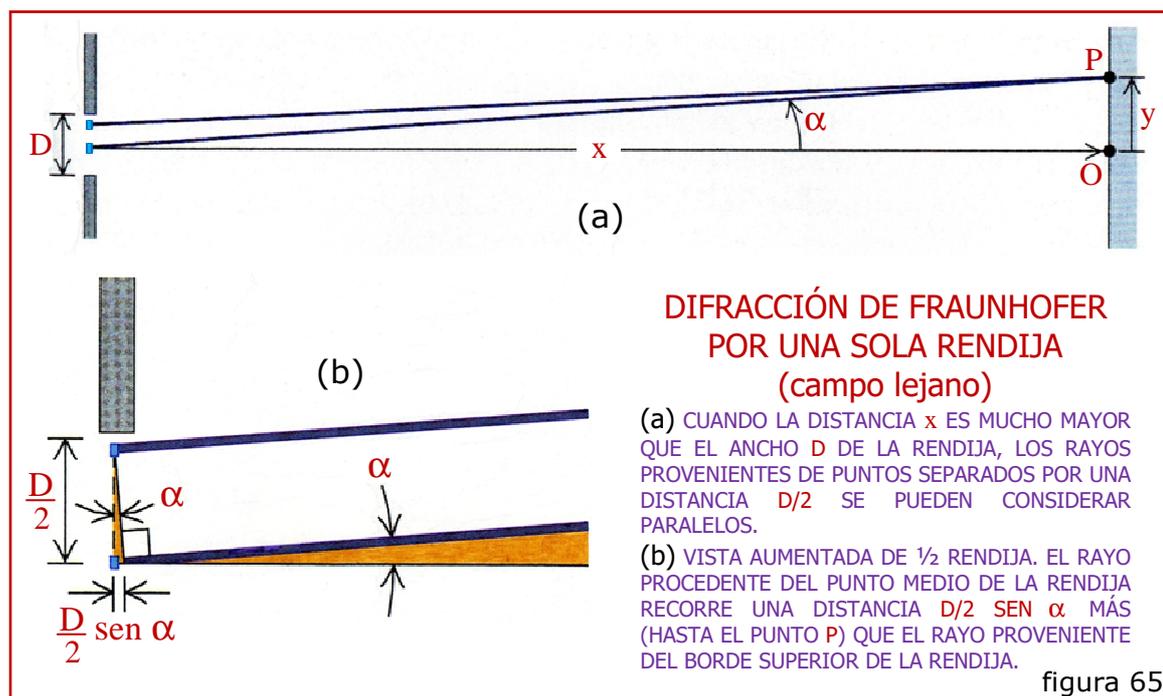
(El signo \pm significa que hay franjas oscuras simétricas arriba y abajo del punto O)

Dividiendo la rendija en cuartas partes, sextas partes, etc., se puede demostrar, mediante un razonamiento análogo, que la *pantalla es oscura de nuevo* cuando: $\operatorname{sen} \alpha = \pm 2\lambda/D$, $\pm 3\lambda/D$, etc.

Luego, la *condición para que haya una banda oscura* es:

$$\operatorname{sen} \alpha = \pm m \frac{\lambda}{D} \quad \text{donde: } m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1)$$

Podemos llegar a las mismas conclusiones a partir del esquema de la *figura 65*.



Si el ancho de rendija es, por ejemplo, igual a 10 longitudes de onda ($D = 10 \lambda$), aparecerán bandas oscuras en $\operatorname{sen} \alpha = \pm 1/10, \pm 2/10, \pm 3/10, \dots$. Entre las bandas oscuras hay bandas brillantes. El ángulo correspondiente al *primer mínimo* a cada lado del centro se llama *anchura semiangular de la banda central*. La anchura angular de toda la banda central es doble.

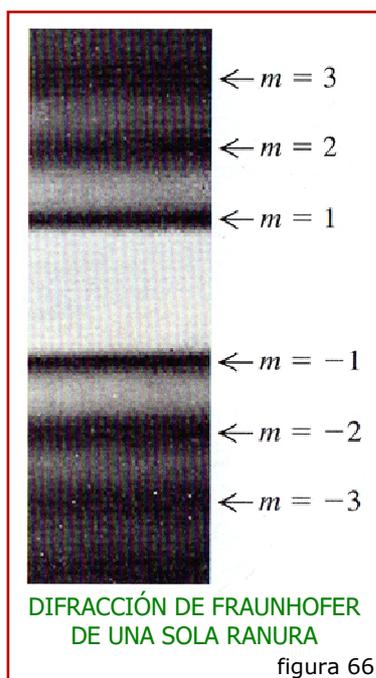
Se advierte que $\text{sen } \alpha = 0$ corresponde a una banda brillante, por lo que en este caso la luz de toda la ranura llega a P en fase. En consecuencia, sería erróneo incluir $m = 0$ en la ecuación (1).

Dijimos anteriormente que para obtener una divergencia del haz como el de la figura 61, el ancho de la rendija debería ser de unas 5 longitudes de onda. Esto lo podemos verificar ahora, calculando la anchura semiangular de la banda central:

$$\text{sen } \alpha = \pm \lambda/D = \pm \lambda/5\lambda = 0,2 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \pm 12^\circ$$

(que coincide aproximadamente con la divergencia angular de la figura 61)

Cuando la anchura de la rendija es exactamente una longitud de onda, $\text{sen } \alpha = \pm 1$, $\alpha = \pm 90^\circ$ y la banda central se extiende sobre un ángulo de 180° .



La figura 66 es una fotografía de una figura de difracción de una sola ranura, en la que se han identificado los mínimos $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3$.

Sabemos que los valores de α en la ecuación (1) suelen ser tan pequeños ($\lambda \ll D$), que la aproximación $\text{sen } \alpha \approx \alpha$ (radianes) es muy buena. En tal caso, podemos reformular la ecuación (1) como sigue:

$$\alpha = \frac{m\lambda}{D} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (\alpha \text{ pequeño})$$

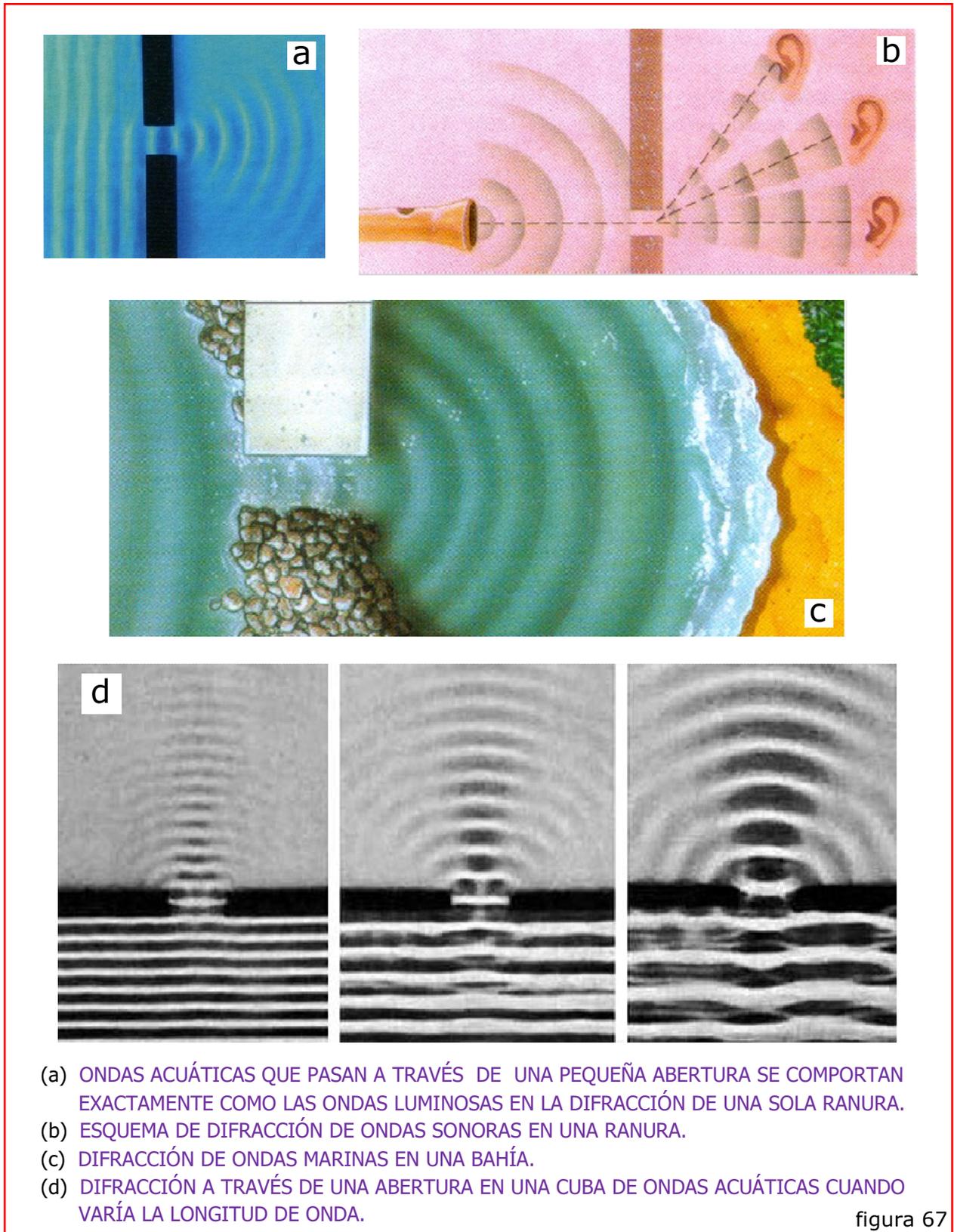
Por otra parte, si la distancia de la ranura a la pantalla es x , como en la figura 65a, y la distancia vertical de la banda oscura número m al centro de la

figura es y_m , entonces $\text{tg } \alpha = y_m/x$. Como α es pequeño, también podemos tomar como aproximación $\text{tg } \alpha \approx \alpha$ (radianes), con lo que resulta:

$$y_m = x \frac{m\lambda}{D} \quad (\text{si } y_m \ll x) \quad (2)$$

Esta ecuación tiene la misma forma que la ecuación correspondiente al patrón de doble rendija (página 83). Pero la ecuación (2) proporciona las posiciones de las franjas oscuras en un patrón de una sola rendija, en lugar de las franjas brillantes de un patrón de doble rendija. En consecuencia, se debe evitar cualquier confusión al respecto.

Las figuras 67a/67d siguientes, muestran que los efectos de la difracción no constituyen una característica exclusiva de las ondas electromagnéticas, sino que se encuentran presentes en todos los fenómenos ondulatorios de la naturaleza.



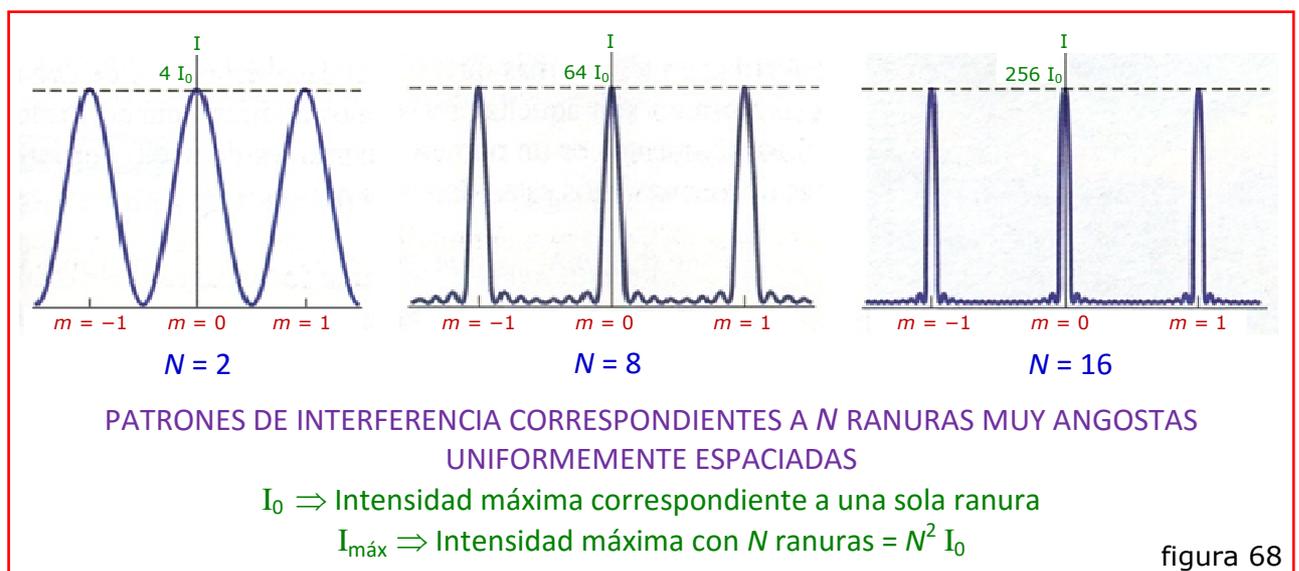
◆ Red Plana de Difracción:

Una serie muy numerosa de ranuras paralelas, todas del mismo ancho y separadas por distancias iguales entre sus centros, recibe el nombre de red de difracción o rejilla de difracción. Se suele llamar rayas o líneas a lo que hasta ahora hemos llamado ranuras o rendijas.

En el último tema del capítulo de Interferencias (*páginas 92/94*) se expuso la teoría básica de una red plana de difracción, denominando al dispositivo simplemente "red". Podemos ver ahora que esta red combina un problema de difracción con otro de interferencias. Esto es, cada rendija de la red origina un haz difractado en el que la distribución de intensidad es función de la anchura de la rendija, y estos haces difractados interfieren entre sí para producir la figura final.

En dicha oportunidad habíamos determinado que si se aumenta el número de ranuras en un experimento de interferencia, manteniendo constante la separación entre ranuras adyacentes, se obtienen patrones de interferencia donde los máximos ocupan las mismas posiciones que con dos ranuras, pero son progresivamente más brillantes y estrechos.

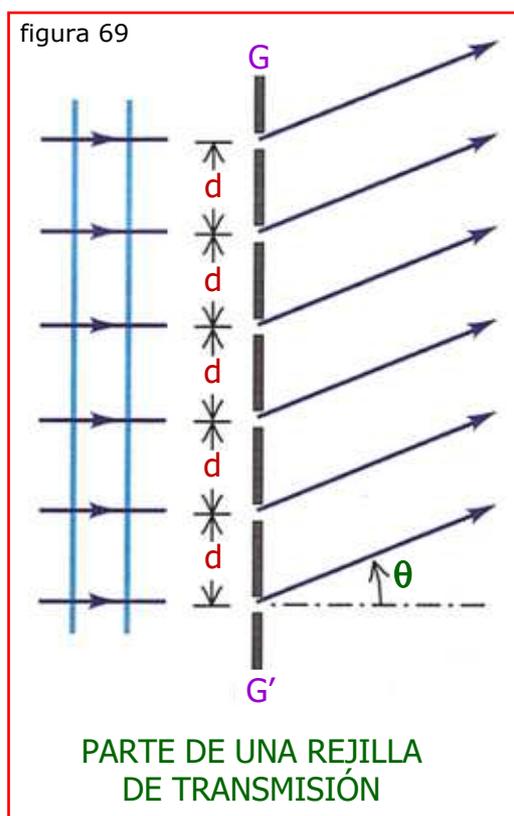
Complementando lo anterior puede demostrarse que, si N es el número de ranuras, entre los máximos principales se producen $(N-2)$ pequeños máximos secundarios y $(N-1)$ mínimos. La intensidad de los máximos secundarios se



reduce a medida que N *augmenta*, hasta prácticamente desaparecer (Con $N = 20$ ya es despreciable). Cuanto *mayor* es el valor de N , tanto *más estrechos* se tornan los *máximos principales*. Desde el punto de vista energético, la *potencia total* del patrón en su totalidad es *proporcional* a N . La *altura* de cada máximo principal es *proporcional* a N^2 , de modo que, por la conservación de la energía, la *anchura* de cada máximo principal debe ser *proporcional* a $1/N$. Los patrones de intensidad correspondientes a 2, 8 y 16 ranuras que se ilustran en la *figura 68*, muestran el aumento gradual de agudeza de los máximos a medida que crece el número de ranuras.

Por ser estos máximos tan definidamente marcados, se puede medir con una precisión muy grande su posición angular y con ello una determinación más exacta de la longitud de onda. Como veremos, este efecto tiene aplicaciones prácticas muy importantes.

En la *figura 69*, GG' es una sección transversal de una rejilla de transmisión. El diagrama sólo muestra 6 ranuras, pero sabemos que una rejilla real puede contener varios miles. La *separación* d entre los centros de ranuras adyacentes, se conoce como "*constante de la red*". Una onda monocromática plana



incide en dirección normal sobre la red desde el lado izquierdo.

Suponemos condiciones de campo lejano (Fraunhofer), es decir, la imagen se forma sobre una pantalla lo suficientemente alejada como para considerar paralelos a todos los rayos que emergen de la rejilla y se dirigen hacia un punto determinado de la pantalla.

Anteriormente hemos visto que los *máximos principales de intensidad* con ranuras múltiples se forman en las *mismas posiciones* que en el caso del *patrón de dos ranuras*. Estas posiciones son aquellas respecto a las cuales la *diferencia de recorridos* correspondiente a ranuras adyacentes es un *número entero de*

longitudes de onda. Por tanto, las *posiciones de los máximos*, en este caso para *ranuras múltiples*, están dadas una vez más por:

$$\boxed{\text{sen } \theta = m \frac{\lambda}{d}} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (3)$$

Cuando se ilumina con un haz de rayos paralelos de luz monocromática una rejilla con cientos de miles de ranuras, *el patrón es una serie de líneas muy marcadas en ángulos determinados por la ecuación (3)*.

Hemos visto que en la práctica, el haz paralelo que incide sobre la red es generalmente producido por una lente colimadora, en cuyo plano focal objeto se encuentra una estrecha rendija iluminada (ver figura 58 de página 93). Cada uno de los máximos es entonces una imagen nítida de esta rendija, del mismo color que la luz que la ilumina, que hemos supuesto monocromática.

Si la rendija se ilumina con luz compuesta por una mezcla de varias longitudes de onda, se formará un cierto número de imágenes de la rendija en diversas posiciones, dando origen cada longitud de onda a un conjunto de imágenes de la rendija desviadas los ángulos correspondientes.

Si la rendija se ilumina con luz blanca, se forma un grupo continuo de imágenes una al lado de otra, o sea que la luz blanca se dispersa formando un espectro continuo.

En contraste con el espectro único producido por un prisma, una *red de difracción* forma un *cierto número de espectros* a cada lado del máximo central. Los que corresponden a *m=1* se llaman *espectros de primer orden*, los que corresponden a *m=2* se denominan *espectros de segundo orden*, y así sucesivamente.

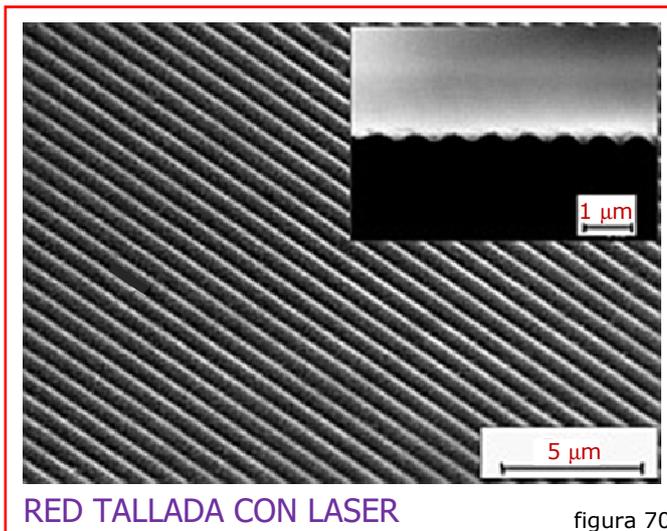
Con respecto a un valor dado de m, las longitudes de onda larga (extremo rojo del espectro) se encuentran a ángulos más grandes (se desvían más) que las longitudes de ondas más cortas (extremo violeta del espectro).

Puesto que para m=0 la desviación es nula, todos los colores se combinan para producir una imagen blanca de la rendija en la dirección del haz incidente.

Con el objeto de que pueda producirse una desviación apreciable de la luz, *es necesario que la constante de la red sea del mismo orden de magnitud que la longitud de onda de la luz*. Las redes utilizadas para el espectro visible, o para longitudes de onda próximas, tienen de 400 a 1200 rayas por milímetro

(donde $d = 2.500$ a 833 nm).

En una rejilla de reflexión, la serie de ranuras se sustituye por una serie de crestas o surcos en una superficie reflectora. La luz reflejada en las rayas interfiere para producir máximos y mínimos exactamente igual que en una red de transmisión. En la figura 70 se muestra una red de reflexión grabada con LASER.

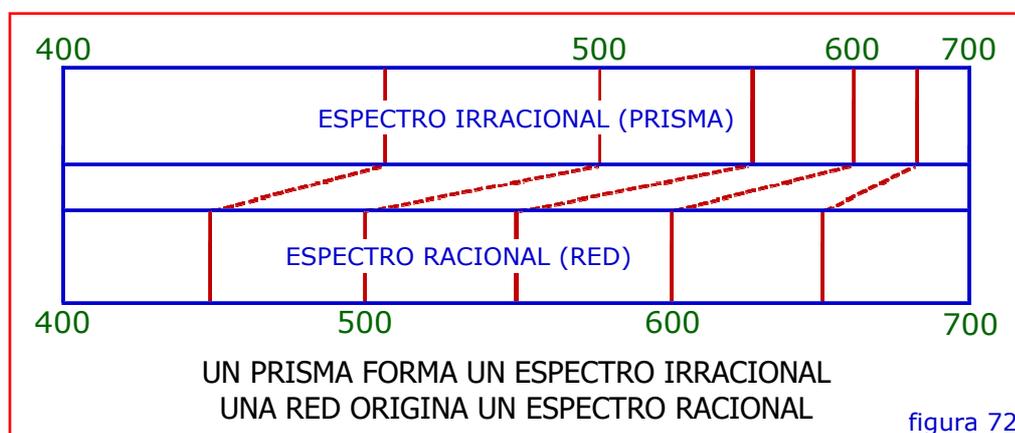


LOS SURCOS MICROSCÓPICOS DE LA SUPERFICIE DE ESTE CD ACTÚAN COMO UNA REJILLA DE DIFRACCIÓN Y DIVIDEN LA LUZ BLANCA EN LOS COLORES QUE LA COMPONEN. LA SEPARACIÓN ENTRE SURCOS ES DE $1,6 \mu\text{m}$, LO CUAL REPRESENTA 625 RENDIJAS/mm.

Los reflejos de colores del arco iris que vemos en la superficie de un disco compacto, como se observa en la figura 71, son efectos de rejilla de reflexión.

Las redes de difracción se utilizan mucho en espectrometría, en lugar de los prismas, como medio de dispersar la luz para obtener un espectro. Si se conoce la constante de la red, midiendo el ángulo de desviación se puede deducir el valor de la longitud de onda. Esto no sucede en el caso de un prisma, pues los ángulos de desviación no están

relacionados de modo sencillo con las longitudes de onda, sino que dependen de las



características de la sustancia que lo forma. Dado que el índice de refracción de los vidrios utilizados en óptica varía más rápidamente en el violeta que en el rojo, el espectro formado por un prisma tiene mayor dispersión en el extremo violeta que en el rojo. En la [figura 72](#) se compara el espectro de un prisma (llamado irracional) con el espectro de una red (llamado racional) que tiene la misma dispersión. Se observa que mientras el prisma desvía al mínimo la luz roja y al máximo la luz violeta, en la red la desviación varía casi proporcionalmente a la variación de la longitud de onda.



Cuando la luz que se ha generado en el interior del Sol atraviesa la atmósfera de éste, se absorben selectivamente ciertas longitudes de onda. Por esta razón, el espectro de luz solar que se obtiene mediante una rejilla de difracción presenta líneas de absorción oscuras, como se aprecia en la [figura 73](#). Los experimentos

de laboratorio muestran que los distintos tipos de átomos e iones absorben luz a diferentes longitudes de onda. Comparando estos resultados de laboratorio con las longitudes de onda de absorción que se observan en el espectro de la luz solar, los astrónomos pueden deducir la composición química de la atmósfera del Sol.

ACOTACIÓN:

Como $\text{sen } \theta = m\lambda/d \leq 1$, el número de espectros está limitado por $m \leq d/\lambda$.

◆ Poder Separador de una Red:

En espectrometría es importante distinguir claramente entre longitudes de onda muy cercanas. La diferencia mínima de longitud de onda que un espectrómetro es capaz de distinguir, se llama poder separador R y se define como $R = \lambda/\Delta\lambda$.

En esta expresión, λ es la longitud de onda media de dos rayas espectrales que apenas se pueden distinguir como diferentes y $\Delta\lambda$ es la diferencia de longitudes de onda entre ellas.

Por ejemplo, cuando se calientan átomos de sodio, éstos emiten intensamente en las longitudes de onda amarillas de 589,00 y 589,59 nm. Un espectrómetro que apenas

es capaz de distinguir estas dos líneas del espectro de la luz de sodio, tiene un poder separador $R = \frac{1}{2}(589+589,59)/0,59 \cong 1.000$.

Dos longitudes de onda muy cercanas dan máximos a ángulos ligeramente distintos. Según el criterio de Rayleigh (que veremos más adelante), "para que dos máximos principales estén en el límite de ser separados, deben tener una separación angular tal que, el máximo de una línea coincida con el primer mínimo de la otra". El máximo de orden m se presenta cuando la diferencia de fase ϕ correspondiente a ranuras adyacentes es $\phi = 2\pi m$. El primer mínimo al lado de ese máximo aparece cuando $\phi = 2\pi m + 2\pi/N$. Por otra parte, también es $\phi = (2\pi d \sin \theta)/\lambda$; por tanto, el intervalo angular $d\theta$ que corresponde a un pequeño incremento $d\phi$ de desplazamiento de fase, se obtiene a partir de la diferencial de esta ecuación:

$$d\phi = (2\pi d \cos \theta d\theta)/\lambda$$

Cuando $d\phi = 2\pi/N$, corresponde al intervalo angular $d\theta$ entre un máximo y el primer mínimo adyacente. Por lo tanto:

$$2\pi/N = (2\pi d \cos \theta d\theta)/\lambda \quad \text{o} \quad d \cos \theta d\theta = \lambda/N \quad (4)$$

Ahora necesitamos hallar la separación angular $d\theta$ entre máximos de dos longitudes de onda ligeramente distintas. Tenemos la ecuación $d \sin \theta = m\lambda$, cuya diferencial es:

$$d \cos \theta d\theta = m d\lambda \quad (5)$$

De acuerdo con el criterio adoptado, se alcanza la resolución límite cuando estas separaciones angulares son iguales. Igualando (4) y (5), tenemos:

$$\lambda/N = m d\lambda \quad \text{y} \quad \lambda/d\lambda = Nm$$

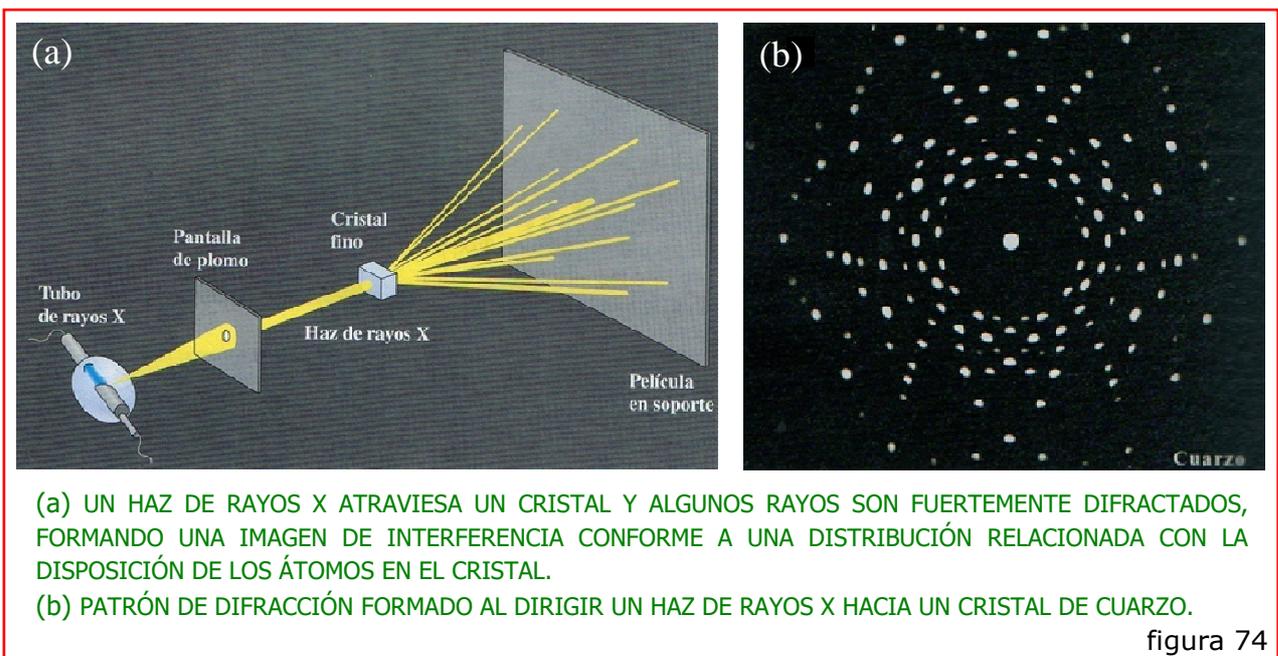
Si $\Delta\lambda$ es pequeña, podemos sustituir $d\lambda$ por $\Delta\lambda$ y entonces nos queda:

$$R = \lambda/\Delta\lambda = Nm \quad (6)$$

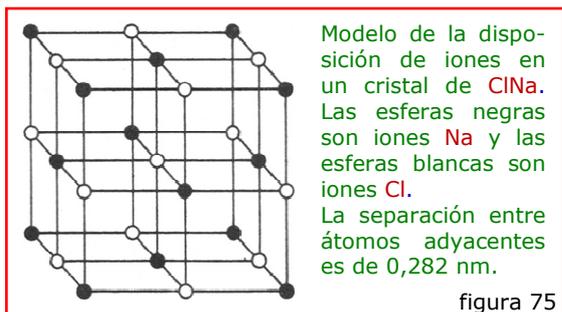
Cuanto mayor es el número N de ranuras, tanto mejor es la resolución; asimismo, cuanto más alto es el orden m del máximo que se utilice, tanto mejor es la resolución.

◆ Difracción de Rayos X:

A principios del siglo XX, los primeros experimentos que se realizaban con rayos X sugerían que se trataba de ondas electromagnéticas con longitudes de onda del orden de 10^{-10} m. Por esa misma época, comenzó a surgir la idea de que en un sólido cristalino los átomos están dispuestos en un patrón que se repite en forma regular, con una separación entre átomos adyacentes también del orden de 10^{-10} m. Combinando ambas ideas, se propuso que un cristal podría servir como una especie de rejilla de difracción tridimensional para los rayos X. Es decir, los átomos individuales de un cristal podrían dispersar (esto es, absorber y emitir de nuevo) un haz de rayos X y las ondas dispersadas podrían interferir del mismo modo que las ondas provenientes de una rejilla de difracción.



La primeros experimentos de difracción de rayos X fueron realizados en 1912, empleando el sistema experimental que aparece bosquejado en la [figura 74a](#). Los rayos X dispersados formaron un patrón de interferencia que se registró en una película fotográfica. La [figura 74b](#) es una fotografía de un patrón de ese tipo. Con este experimento se comprobó que *los rayos X son ondas* (o al menos tienen propiedades ondulatorias) y que *los átomos están dispuestos conforme a una distribución regular* ([figura 75](#)). A partir de entonces, la difracción de rayos X ha probado ser una valiosa herramienta de investigación, tanto para *medir*

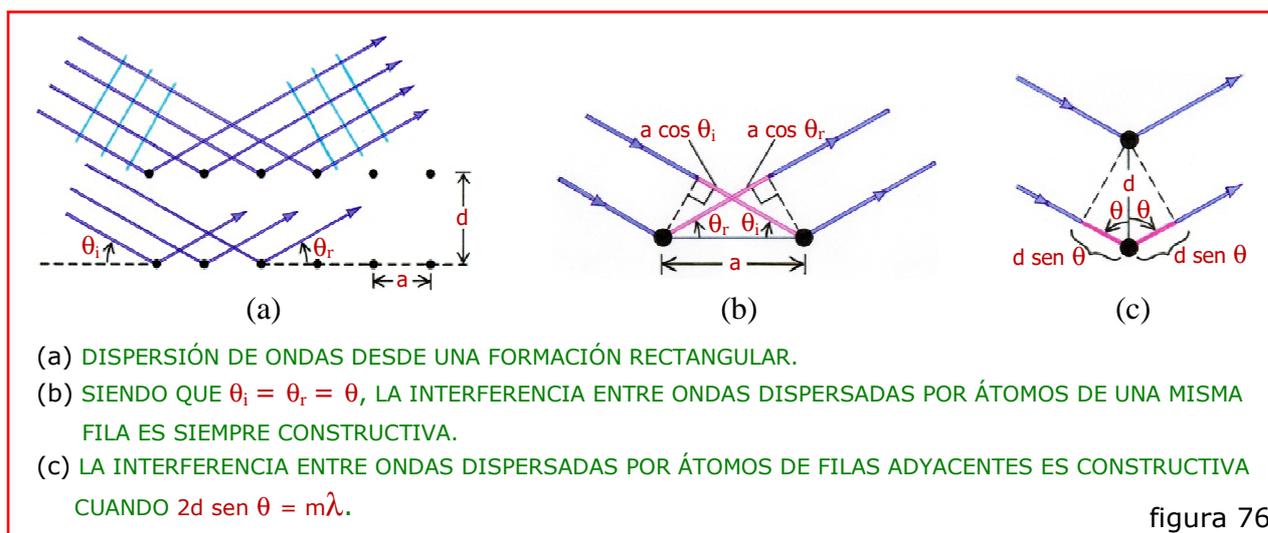


las longitudes de onda de los rayos X como para estudiar las estructuras de cristales y moléculas complejas.

Consideremos en primer término una situación de **dispersión bidimensional**, como se muestra en la **figura 76a**, donde

una **onda plana** incide sobre una **formación rectangular** de **centros de dispersión**. La onda induce un momento dipolar eléctrico oscilante en cada elemento dispersor. Estos dipolos actúan como pequeñas antenas que emiten ondas dispersadas. El **patrón de interferencia resultante** es la **superposición de todas estas ondas dispersadas**.

La situación no es la misma que en una rejilla de difracción, donde las ondas provenientes de todas las rejillas son emitidas en fase. En el caso que nos ocupa **las ondas dispersadas no están todas en fase** porque **sus distancias respecto a la fuente son diferentes**. Para calcular el patrón de interferencia, es necesario considerar las **diferencias de trayecto totales** de las ondas dispersadas, incluidas las distancias de la fuente al elemento dispersor y de éste al observador.

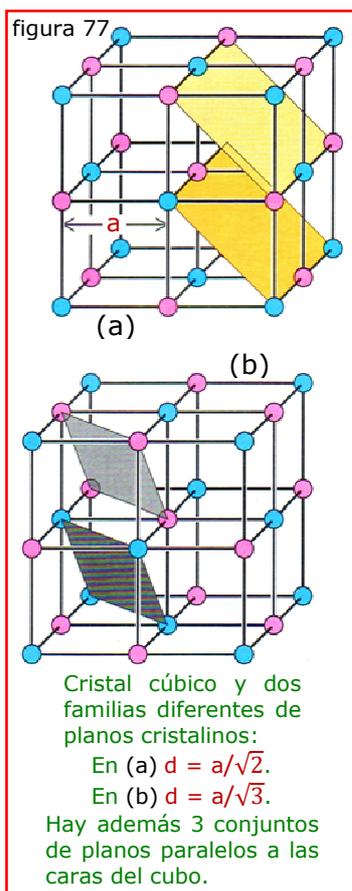


Como se observa en la **figura 76b**, la longitud del trayecto **desde la fuente al observador** es la misma con respecto a **todos los elementos dispersores de una sola fila**, puesto que $\theta_i = \theta_r = \theta$ (puede demostrarse que un plano de centros de

dispersión obra como un espejo). La radiación dispersada por *filas adyacentes* estará *en fase* siempre que la *diferencia de trayecto* correspondiente sea un *número entero m de longitudes de onda*. La *figura 76c* muestra que esta diferencia de trayecto es $2d \sin \theta$. En consecuencia, la *condición* para que la radiación proveniente de toda la formación llegue al observador en fase y *se produzca un máximo intenso* (interferencia constructiva), puede expresarse como:

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (7)$$

Esta relación se conoce con la denominación de *Ley de Bragg*.



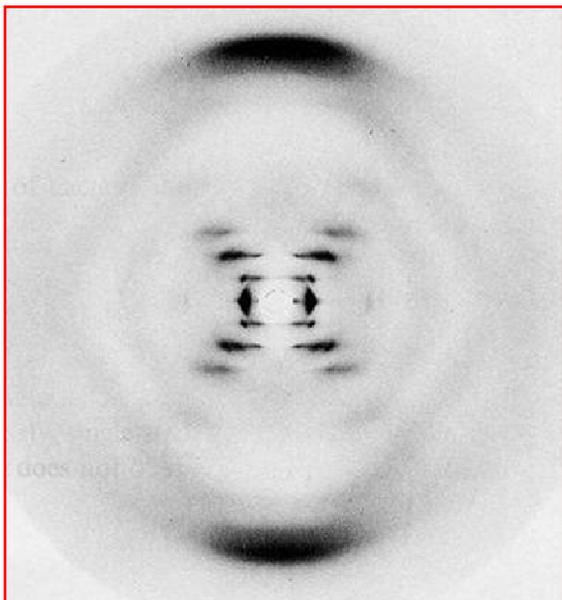
Hemos realizado nuestro análisis en base a reflexiones de las ondas en las filas horizontales de los elementos dispersores de la *figura 76a*. Podemos extender este análisis a una *formación tridimensional* considerando *planos de elementos dispersores*. La *figura 77* muestra dos conjuntos de planos paralelos que pasan por todos los elementos dispersores. Las ondas provenientes de todos los elementos dispersores de un *plano determinado*, interfieren constructivamente si se satisface la ecuación (7), donde *d* es ahora la *distancia entre planos adyacentes*. Debido a que existen muchos conjuntos de planos paralelos, también *son muchos los valores de d que producen interferencia constructiva* en toda la red cristalina.

El *ángulo* θ formado por *el rayo* y los *planos del cristal* (y no con la normal al plano de una serie de ranuras), se

denomina *ángulo de inclinación*.

El ángulo θ se determina por observación del haz reflejado. Si *d* es conocido puede calcularse λ , o viceversa.

Como se ve en la *figura 74b*, en la difracción de rayos X hay una cancelación casi total en casi todas direcciones, salvo algunas en las que hay interferencia



Revolucionaria imagen de difracción de rayos X del ADN obtenida en 1953. Las bandas oscuras dispuestas en cruz suministraron la primera prueba de la estructura helicoidal de la molécula de ADN.

figura 78

constructiva y se forman manchas brillantes. Cada mancha corresponde a la difracción por un conjunto particular de planos del cristal.

La difracción de rayos X es actualmente la herramienta experimental más importante en la investigación de la estructura cristalina de sólidos. También desempeña un importante papel en el estudio de estructuras de líquidos y de moléculas orgánicas. Ha sido una de las principales técnicas experimentales para establecer la estructura de doble hélice del ADN (figura 78) y lograr avances ulteriores en genética molecular.

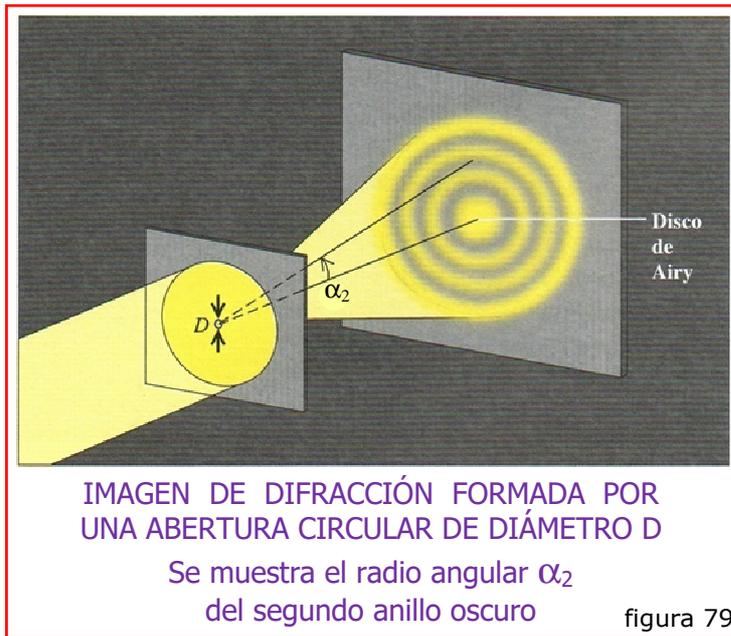
◆ Difracción por Aberturas Circulares:

La difracción por una abertura circular es más frecuente que la difracción por una rendija, ya que la mayor parte de las lentes, así como las pupilas de los ojos, tienen sección circular. Por otra parte, el patrón de difracción que forma una abertura circular presenta un interés especial, debido a su papel en la limitación de la capacidad de un instrumento óptico para resolver detalles finos.

El método para estudiar este fenómeno óptico es el mismo que el expuesto para una rendija, diferenciándose que el frente de ondas transmitido por la abertura circular se divide en estrechas zonas anulares, en lugar de hacerlo en fajas o franjas. Sin embargo, el desarrollo matemático, que omitimos, es considerablemente más complicado. El problema fue resuelto por el científico inglés George Airy en 1834.

La figura de difracción de una abertura circular está formada por un disco central brillante, rodeado de una serie de anillos alternativamente brillantes y oscuros, como se muestra en la figura 79. La intensidad es máxima en el centro del disco y disminuye hasta cero en el primer mínimo (primer anillo oscuro), cuyo semiángulo α está dado por:

$$\text{sen } \alpha_1 = 1,22 \lambda/D \quad (8)$$



Siendo D el diámetro de la abertura y λ la longitud de onda. Obsérvese que, salvo el factor $1,22$, esta ecuación tiene precisamente la misma forma que la correspondiente a la semianchura angular de la figura de difracción de una rendija.

Los radios angulares de los dos anillos oscuros siguientes, α_2 y α_3 , vienen dados también por la (8), pero cambiando el coeficiente numérico por $2,23$ y $3,24$, en ése orden. Entre los anillos oscuros hay anillos brillantes con radios angulares dados asimismo por la (8), pero cambiando el coeficiente numérico por $1,63$, $2,68$ y $3,70$, en ése orden.

La mancha central brillante recibe el nombre de disco de Airy y su radio angular es el del primer anillo oscuro dado por la ecuación (8). La intensidad de los anillos brillantes decae con gran rapidez al aumentar el ángulo. Cuando D es mucho más grande que λ , como es normalmente el caso en los instrumentos ópticos, las intensidades máximas del primer y segundo anillo brillante son de sólo el $1,7\%$ y $0,4\%$ del valor en el centro del disco de Airy, respectivamente. Dentro del disco central se encuentra el 85% de la energía luminosa transmitida por la abertura. La figura 80 muestra un patrón de difracción formado por una abertura circular de 1 mm de diámetro.

La mancha central brillante recibe el nombre de disco de Airy y su radio angular es el del primer anillo oscuro dado por la ecuación (8). La intensidad

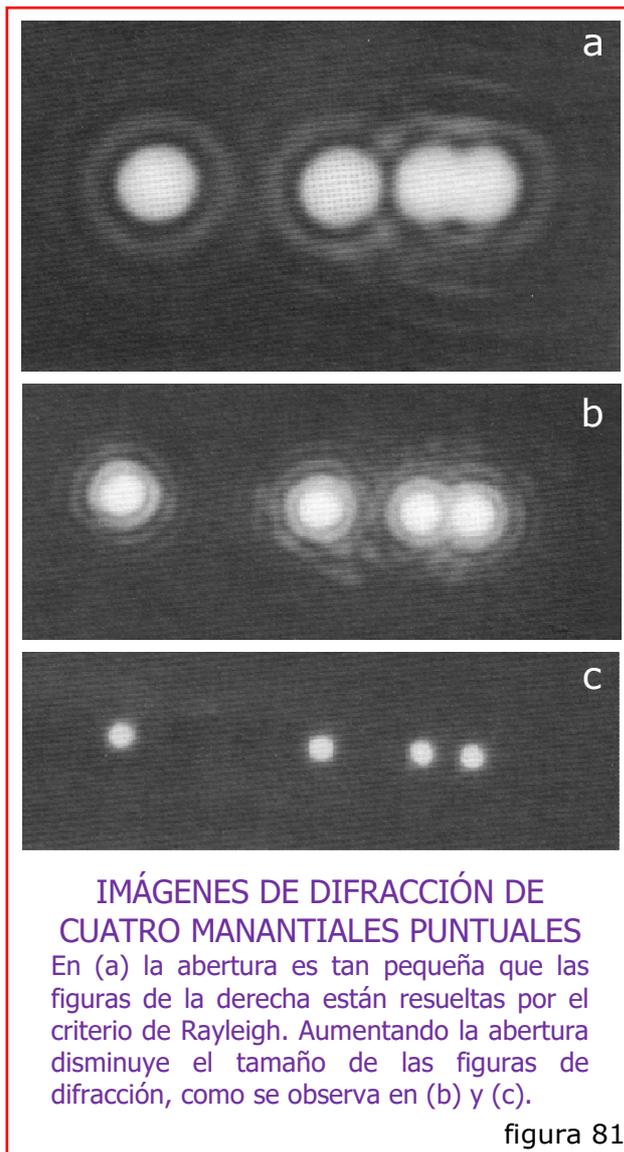


de los anillos brillantes decae con gran rapidez al aumentar el ángulo. Cuando D es mucho más grande que λ , como es normalmente el caso en los instrumentos ópticos, las intensidades máximas del primer y segundo anillo brillante son de sólo el $1,7\%$ y $0,4\%$ del valor en el centro del disco de Airy, respectivamente. Dentro del disco central se encuentra el 85% de la energía luminosa transmitida por la abertura. La figura 80 muestra un patrón de difracción formado por una abertura circular de 1 mm de diámetro.

La difracción tiene implicaciones de gran alcance en la formación de imágenes por medio de lentes y espejos. Cuando estudiamos óptica geométrica, supusimos que una lente de distancia focal f enfoca un haz paralelo en un punto situado a una distancia f de la lente. Esta suposición pasa por alto los efectos de difracción. Vemos ahora que

lo que se obtiene no es un punto, sino el patrón de difracción que hemos descripto.

Si se tienen dos objetos puntuales, sus imágenes no son dos puntos, sino dos patrones de difracción. Cuando los objetos están uno cerca del otro, sus imágenes de difracción se superponen; si están lo suficientemente próximos, esta superposición es casi total y es imposible distinguirlos. Este efecto se



muestra en la [figura 81](#), donde se presentan las imágenes correspondientes a cuatro fuentes "puntuales" de luz muy pequeñas.

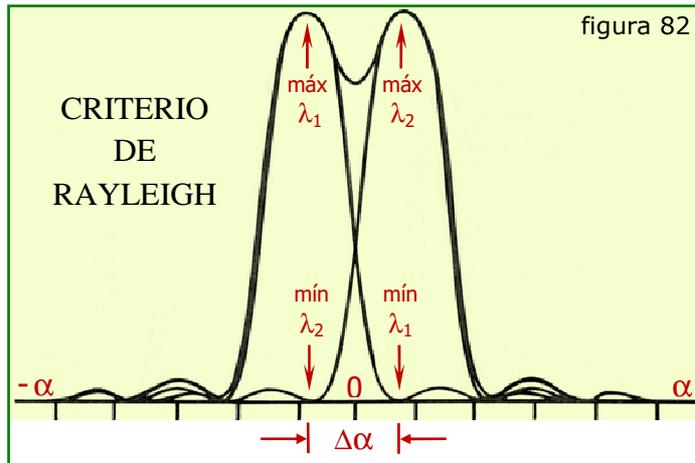
En la [figura 81a](#), la imagen de la fuente izquierda está muy separada de las otras tres, pero las imágenes de las dos fuentes de la derecha están casi fusionadas y se tocan con la intermedia.

En la [figura 81b](#), con un diámetro de abertura más grande y, por consiguiente, discos de Airy más pequeños, las dos imágenes de la derecha y la intermedia aparecen mejor resueltas.

En la [figura 81c](#), con una abertura aún mayor, están perfectamente resueltas.

Las [figuras 81a/c](#) son fotografías de las imágenes de difracción de Fraunhofer, obtenidas colocando una lente detrás de las aberturas circulares, con la placa fotográfica en el plano focal imagen de la lente (ver [figura 63d](#)).

Estudiando las figuras de difracción de manantiales puntuales muy próximos, el científico inglés [lord Rayleigh](#) dedujo que dos manantiales puntuales de igual brillo quedaban separados exactamente por un sistema óptico, si el máximo central de la figura de difracción de uno de los manantiales coincidía con el primer mínimo de la figura de difracción del otro (ver [figura 82](#)). Esta condición se conoce como [criterio de Rayleigh](#) y [equivale](#) a que la [distancia entre los](#)



centros de las figuras de difracción sea igual al radio del disco central. En tal caso, la separación angular de los centros de las imágenes viene dada por la ecuación (8).

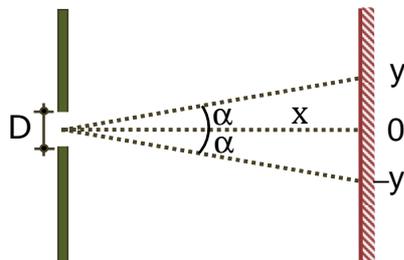
La separación mínima de dos objetos que pueden ser apenas resueltos por un instrumento

óptico, es el límite de definición del mismo. Cuanto más pequeño es el límite de definición, tanto mayor es la definición o poder de resolución del instrumento (*no confundir el poder de resolución de un instrumento con el poder separador de una red*). La difracción fija los límites últimos a la definición de las lentes. La óptica geométrica puede hacernos creer que podemos formar imágenes tan grandes como queramos. Sin embargo, en algún momento se alcanza un punto en el que la imagen se hace más grande pero no más detallada. Si se ampliaran aún más las imágenes de la [figura 81](#), no se harían más nítidas.

El criterio de Rayleigh combinado con la ecuación (8), muestra que el poder de resolución (o definición) mejora al aumentar el diámetro y también con longitudes de onda más cortas. Los microscopios de rayos ultravioleta tienen mejor visión que los microscopios de luz visible. En los microscopios electrónicos la definición está limitada por las longitudes de onda asociadas con los electrones, que pueden llegar a ser 100.000 veces más pequeñas que las longitudes de onda de la luz visible, con la correspondiente ganancia en definición. Una de las razones para construir telescopios muy grandes es que con ellos se tiene un diámetro de abertura más amplio, reduciéndose así al máximo los efectos de difracción.



Ejercicio N° 1: Se hace pasar una luz láser de 633 nm a través de una ranura angosta y se observa la figura de difracción en una pantalla a 6 m de distancia. La separación entre los primeros mínimos afuera de la franja central brillante es de 32 mm. ¿Cuál es el ancho de la ranura?



$$\text{sen } \alpha = \pm m \frac{\lambda}{D}$$

$$D = \frac{m \lambda}{\text{sen } \alpha}$$

$$m = 1$$

$$\lambda = 633 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$x = 6 \text{ m}$$

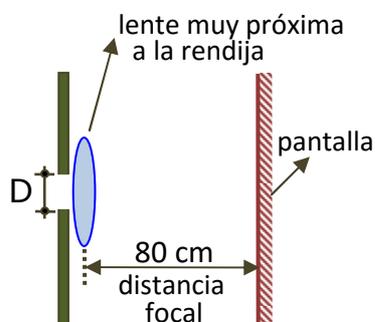
$$y = \frac{32 \times 10^{-3}}{2} \text{ m} = 16 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{y}{x} = \frac{16 \times 10^{-3} \text{ m}}{6 \text{ m}} = 2,66666 \times 10^{-3} \Rightarrow \alpha = 0,152788^\circ$$

$$\text{sen } \alpha = 2,66665 \times 10^{-3}$$

$$D = \frac{\lambda}{\text{sen } \alpha} = \frac{633 \times 10^{-9} \text{ m}}{2,66665 \times 10^{-3}} = 2,374 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,2374 \text{ mm}$$

Ejercicio N° 2: Una rendija colocada frente a una lente de distancia focal 80 cm, se iluminó con luz de longitud de onda 600 nm y se formó la imagen de difracción que se observa en la figura 62 (pág. 104) sobre una pantalla colocada en el plano focal imagen de la lente. Si la fotografía de la figura 62 representa una ampliación del 50 % sobre el tamaño real, ¿cuál era el ancho de la rendija?



Distancia entre los primeros mínimos:

a) en la figura 62: 10 mm

b) real: $(10 \text{ mm})/1,5 = 6,667 \text{ mm}$

$$y = (6,667 \text{ mm})/2 = 3,33 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$x = 0,8 \text{ m}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{y}{x} = \frac{3,33 \times 10^{-3} \text{ m}}{0,8 \text{ m}} = 4,1625 \times 10^{-3}$$

$$\alpha = 0,2385^\circ \Rightarrow \text{sen } \alpha = 4,1626 \times 10^{-3}$$

///

$$/// \quad D = \frac{m \lambda}{\text{sen } \alpha} = \frac{600 \times 10^{-9} \text{ m}}{4,1626 \times 10^{-3}} = 1,44 \times 10^{-4} \text{ m} = \mathbf{0,144 \text{ mm}}$$

Hagamos una verificación midiendo, en la figura 62, la distancia entre los segundos mínimos: 20 mm

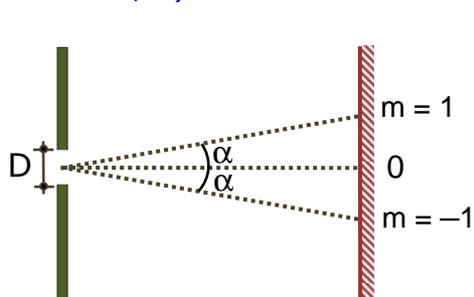
$$y = (20 \text{ mm}) / (2 \times 1,5) = 6,667 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{y}{x} = \frac{6,667 \times 10^{-3} \text{ m}}{0,8 \text{ m}} = 8,334 \times 10^{-3}$$

$$\alpha = 0,4775^\circ \Rightarrow \text{sen } \alpha = 8,3338 \times 10^{-3}$$

$$D = \frac{m \lambda}{\text{sen } \alpha} = \frac{2 \times 600 \times 10^{-9} \text{ m}}{8,3338 \times 10^{-3}} = 1,44 \times 10^{-4} \text{ m} = \mathbf{0,144 \text{ mm}}$$

Ejercicio N° 3: Calcular la semianchura angular de la franja central brillante en la figura de difracción de Fraunhofer de una rendija de $14 \times 10^{-5} \text{ cm}$ de ancho, cuando la rendija se ilumina por un haz paralelo de luz monocromática de longitud de onda: a) 400 nm ; b) 700 nm.



$$\text{sen } \alpha = \pm m \frac{\lambda}{D}$$

$$m = \pm 1$$

$$\alpha = \text{arc sen } \frac{\lambda}{D}$$

$$D = 14 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\text{a) } \lambda = 400 \text{ nm: } \alpha = \text{arc sen } \frac{400 \times 10^{-9} \text{ m}}{14 \times 10^{-7} \text{ m}} = \mathbf{16,6^\circ}$$

$$\text{b) } \lambda = 700 \text{ nm: } \alpha = \text{arc sen } \frac{700 \times 10^{-9} \text{ m}}{14 \times 10^{-7} \text{ m}} = \mathbf{30^\circ}$$

Ejercicio N° 4: Una rendija de 0,25 mm de ancho está colocada delante de una lente convergente e iluminada por ondas planas de longitud de onda 500 nm. En la figura de difracción de Fraunhofer formada en el plano focal de la lente, la distancia entre el tercer mínimo de la izquierda y el tercer mínimo de la derecha resulta igual a 3 mm. Calcular la distancia focal de la lente.

(Ver figuras Ejercicios Nros. 1 y 2)

$$\lambda = 500 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$m = \pm 3$$

$$D = 0,25 \times 10^{-3}$$

///

$$/// \quad y = (\text{distancia entre terceros mínimos})/2 = (3 \times 10^{-3} \text{ m})/2 = 1,5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{sen } \alpha = \pm m \frac{\lambda}{D} = \frac{3 \times 500 \times 10^{-9} \text{ m}}{0,25 \times 10^{-3} \text{ m}} = 6 \times 10^{-3}$$

$$\alpha = 0,3438^\circ \quad \Rightarrow \quad \text{tg } \alpha = 6 \times 10^{-3} = \frac{y}{x}$$

$$x = \frac{1,5 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-3}} = 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

Ejercicio N° 5: Los límites del espectro visible son, aproximadamente, de 400 a 700 nm. Calcular la amplitud angular del espectro visible de primer orden producido por una red plana de difracción que tiene 600 rayas por mm, cuando la luz incide normalmente sobre la red. (Ver págs. 110/114)

La constante de la red es: $d = (0,001 \text{ m})/600 = 1.667 \text{ nm}$

La desviación angular del violeta es:

$$\text{sen } \theta = \pm m \frac{\lambda}{d} = \frac{1 \times 400 \text{ nm}}{1.667 \text{ nm}} = 0,24 \quad \Rightarrow \quad \theta = 13,886^\circ = 13^\circ 53'$$

La desviación angular del rojo es:

$$\text{sen } \theta = \pm m \frac{\lambda}{d} = \frac{1 \times 700 \text{ nm}}{1.667 \text{ nm}} = 0,42 \quad \Rightarrow \quad \theta = 24,835^\circ = 24^\circ 50'$$

El primer espectro visible abarca un ángulo de:

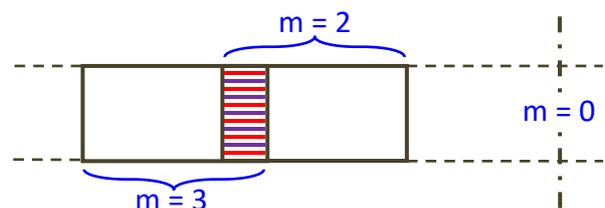
$$24^\circ 50' - 13^\circ 53' = 10^\circ 57'$$

Ejercicio N° 6: Demostrar que el violeta del 3er. espectro visible se superpone al rojo del 2do. espectro visible.

La desviación angular del violeta de 3er. orden es: $\text{sen } \theta = (3 \times 400 \text{ nm})/d$

La desviación angular del rojo de 2do. orden es: $\text{sen } \theta = (2 \times 700 \text{ nm})/d$

Puesto que el primer ángulo es menor que el segundo, cualquiera que sea la constante de la red, el violeta de 3er. orden se superpondrá al rojo de 2do. orden.



Ejercicio N° 7: Una red plana de transmisión está rayada con 4.000 líneas por cm. Calcular la separación angular en grados, en el espectro de segundo orden, entre las rayas α y δ del espectro del átomo de Hidrógeno, cuyas longitudes de onda son 656 nm y 410 nm, respectivamente.

$$d = (0,01 \text{ m})/4.000 = 2.500 \times 10^{-9} \text{ m} = 2.500 \text{ nm}$$

raya α del espectro del Hidrógeno: $\text{sen } \theta = \pm m \frac{\lambda}{d} = \frac{2 \times 656 \text{ nm}}{2.500 \text{ nm}} = 0,5248$

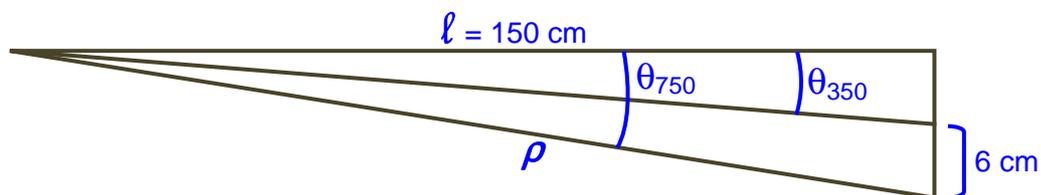
$$\theta = 31,65^\circ = 31^\circ 39'$$

raya δ del espectro del Hidrógeno: $\text{sen } \theta = \pm m \frac{\lambda}{d} = \frac{2 \times 410 \text{ nm}}{2.500 \text{ nm}} = 0,328$

$$\theta = 19,15^\circ = 19^\circ 9'$$

Separación angular: $\Rightarrow 31^\circ 39' - 19^\circ 9' = 12^\circ 30'$

Ejercicio N° 8: Un haz paralelo de luz, formado por las longitudes de onda comprendidas en el intervalo de 350 nm a 750 nm, incide normalmente sobre una red plana de difracción. Inmediatamente detrás de la red se encuentra una lente de distancia focal 150 cm. La anchura del espectro de primer orden en el plano focal de la lente es de 6 cm. ¿Cuál es la constante de la red?



para ángulos pequeños: $\text{sen } \theta = \frac{x}{\rho} \cong \frac{x}{l}$

$$150 \text{ cm} \times \text{sen } \theta_{750} - 150 \text{ cm} \times \text{sen } \theta_{350} = 6 \text{ cm}$$

$$150 \text{ cm} \times \frac{750 \text{ nm}}{d} - 150 \text{ cm} \times \frac{350 \text{ nm}}{d} = 6 \text{ cm}$$

$$(750 - 350) \text{ nm} \times \frac{150 \text{ cm}}{d} = 6 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{150 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} \times 400 \text{ nm}$$

$$d = 10.000 \text{ nm} = 0,01 \text{ mm}$$

(Con este valor de d, resulta $\theta_{750} = 4,3^\circ$ y $\theta_{350} = 2^\circ$)

Ejercicio Nº 9: Calcular el número de ranuras que tiene que tener una red de difracción para que se distinga claramente las dos líneas amarillas del espectro de primer orden del sodio, sabiendo que sus longitudes de onda son 589,592 nm y 588,995 nm. (Ver págs. 114/115)

El valor del poder separador cromático es: $R = \lambda/\Delta\lambda = Nm$

Para $m = 1$, nos queda: $N = \lambda/\Delta\lambda \Rightarrow$ donde N es el número de ranuras de la red

$$\lambda = \frac{589,592 + 588,995}{2} = 589,293 \text{ nm}$$

$$\Delta\lambda = 589,592 - 588,995 = 0,597 \text{ nm}$$

$$N = \frac{589,293}{0,597} = 987 \text{ ranuras}$$

Ejercicio Nº 10: Determinar el ángulo límite de resolución del telescopio Hale de Monte Palomar para una longitud de onda de 555 nm, sabiendo que el diámetro de su lente es de 5,08 m. (Ver págs. 119/122)

$$\text{Ángulo límite de resolución} \Rightarrow \alpha_{\text{mín}} = \frac{1,22 \lambda}{D} \quad (\text{sen } \alpha \cong \alpha)$$

$$\lambda = 555 \times 10^{-9} \text{ m}$$

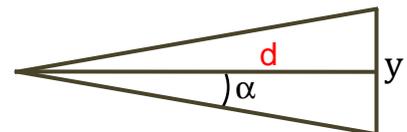
$$D = 5,08 \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{1,22 \times 555 \times 10^{-9}}{5,08} = 1,33 \times 10^{-7} \text{ rad}$$

Ejercicio Nº 11: Si las ondas de un radar tienen una longitud de onda de 3 cm, ¿a qué distancia del radar se puede separar entre sí dos objetos distanciados 25 m, si su plato parabólico tiene un diámetro de 4 m?

$$\alpha = \frac{1,22 \lambda}{D} = \frac{1,22 \times 3 \times 10^{-2} \text{ m}}{4 \text{ m}} = 9,15 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

que corresponde a una distancia (figura):



$$d = \frac{y}{2 \text{ tg } \alpha} = \frac{25 \text{ m}}{2 \times 9,15 \times 10^{-3}} = 1.366 \text{ m}$$

Ejercicio N° 12: Dos estrellas de igual brillo subtienden un ángulo de un segundo. Suponiendo una longitud de onda media de 555 nm, determinar el diámetro mínimo de la lente del objetivo de un telescopio para poder resolver estas estrellas.

$$\alpha = \frac{1,22 \lambda}{D} \quad \Rightarrow \quad D = \frac{1,22 \lambda}{\alpha}$$

y como $\alpha = 1'' = 4,85 \times 10^{-6} \text{ rad}$ ($2\pi/(360 \times 60 \times 60)$), sustituyendo nos queda:

$$D = \frac{1,22 \times 555 \times 10^{-9} \text{ m}}{4,85 \times 10^{-6} \text{ rad}} = 14 \text{ cm}$$



BIBLIOGRAFÍA

Física Universitaria - Volumen 2
Sears, Zemansky, Young y Freedman - Editorial Pearson

Fundamentos de Física - Volúmenes 2 y 3
Francis Sears - Editorial Aguilar

Física General
Francis Sears y Mark Zemansky - Editorial Aguilar

Física - Volumen 2
David Halliday y Robert Resnick - Editorial CECSA

Fundamentos de Óptica
Francis Jenkins y Harvey White - Editorial Aguilar

Física General - Volúmenes 2 y 3
B. de Ercilla, B. García y G. Muñoz - Editorial Alfaomega

Introducción a la Física Moderna
Juan Kervor - Editorial Universitaria de Buenos Aires

Fuentes Varias
Internet

